

ШИФР 09-119

Олимпиадная работа  
муниципального этапа всероссийской олимпиады школьников  
по математике

учащегося 9 класса  
муниципального автономного общеобразовательного учреждения  
«Средняя общеобразовательная школа №40»  
Старооскольского городского округа Белгородской области

Астахова Ивана Аркадьевича

Педагог-наставник:  
учитель математики МАОУ  
«Средняя общеобразовательная школа №40»  
Зубкова Валентина Васильевна

9.1) Предположим, что 16 ответов с наименьшими значениями даны ижецы, тогда, чтобы получить наибольшую сумму монет у людей можно предположить, что ижецы скрив у себя наименьшее количество монет. Тогда вместо озвученной суммы ижецов - 8 монет, у них на самом деле 18 монет (по 3 на каждого из 16 человек). Приводим суммарное значение монет у 32 человека в наших руках, и получаем, что все 32 ижецы суммарно могли дать 88 монет.

9.3) Обозначим степени корней как  $z^k, z^{k+1}, z^{k+2}, z^{k+3}$ , ведь они идут последовательно. Заметим, что произведение  $z^k \cdot z^{k+3} = z^{k+1} \cdot z^{k+2}$ , ведь  $z^{k+k+3} = z^{k+1+k+2}$ ;  $z^{2k+3} = z^{2k+3}$ .

По теореме Виета: в уравнении  $(x^2 - ax + c)(x^2 - bx + c) = 0$ , где  $c = z^{2k+3}$ ,

$a = z^k + z^{k+3}$ ,  $b = z^{k+1} + z^{k+2}$ , соответственно

$a = z^k(1 + z^3)$ ,  $b = z^k(z + z^2)$ , подставим эти.

$$3a - 4b = 3 \cdot z^k(1 + 27) - 4 \cdot z^k(z + 9) =$$

$$= z^k(34 - 4z) = z^k \cdot 36, \text{ при разложении на прост. множ.}$$

Всего из того  $z^k \cdot 2^2 \cdot 3^2$  можно определить простое

число 3, которое выступит в качестве делителя.

9.2) Обозначим последовательные натуральные числа

как таблицу из

|       |        |        |        |        |        |        |        |        |
|-------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| $a$   | $a+1$  | $a+2$  | $a+3$  | $a+4$  | $a+5$  | $a+6$  | $a+7$  | $a+8$  |
| $a+9$ | $a+10$ | $a+11$ | $a+12$ | $a+13$ | $a+14$ | $a+15$ | $a+16$ | $a+17$ |

чтобы доказать, что суммы цифр могут образовывать

$$\Downarrow$$

$$x^2 + c - ax = 0$$

$$D = a^2 - 4c > 0$$

$$x = \frac{a \pm \sqrt{a^2 - 4c}}{2}, \text{ известно, что}$$

$$\left( \frac{a + \sqrt{a^2 - 4c}}{2} \right) \left( \frac{a - \sqrt{a^2 - 4c}}{2} \right) = z^{2k+3}$$

$$\frac{a^2 - (a^2 - 4c)}{4} = z^{2k+3}; \quad \frac{a^2 - a^2 + 4c}{4} = z^{2k+3}$$

$$c = z^{2k+3}$$

| д.н/н | кол-во баллов | п.и.а. Проверено                         |
|-------|---------------|--|
| 1     | 4             | Лев О. Л. Коннова<br>Ж. Е. А. Колесников |
| 2     | 7             | Ин. В. В. Ващенко<br>Ин. В. В. Минова    |
| 3     | 3             | Ин. В. В. Ващенко<br>Ин. В. В. Минова    |
| 4     | X             | Ин. В. В. Ващенко<br>Ин. В. В. Минова    |
| 5     | X             | Лев О. Л. Коннова<br>Ж. Е. А. Колесников |

итого 14

9.2) Такая 18 последовательных чисел может быть.  
Как пример можно разобрать цепочку чисел, начинающуюся с 90 и заканчивающуюся 107, где все значения идут последовательно, а их сумма (независимо от расстановки) тоже последовательна и начинается от 1 (сумма цифр числа 100) и заканчивается 18 (сумма цифр числа 99)